

Produção de significados sobre sistemas lineares por meio do fluxo de corrente elétrica: uma situação didática

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza, Instituto Federal do Espírito Santo, Brasil
Sotério Ferreira de Souza, Universidade Federal do Espírito Santo, Brasil
Luciano Lessa Lorenzoni, Instituto Federal do Espírito Santo, Brasil
Oscar Luiz Teixeira de Rezende, Instituto Federal do Espírito Santo, Brasil

Resumo: O conteúdo de sistemas lineares integra a resolução de muitos problemas, notadamente, nas Engenharias. Apesar de sua aprendizagem iniciar em anos escolares anteriores, estudantes de Engenharia vêm apresentando déficits de significados necessários para aplicação e, posterior, tomada de decisão com uso dessa ferramenta matemática em contextos acadêmico-científico-profissionais. Após o diagnóstico de aprendizagem de sistemas lineares, limitada a cálculos mecanizados desligados das interpretações que deveriam estar associadas aos resultados numéricos por esses estudantes, investigou-se o favorecimento de uma situação didática que aprofundasse esses conhecimentos e que trouxesse, ao primeiro plano, os significados úteis para seu uso com maior autonomia, à luz dos pressupostos teóricos de Brousseau. Para isso, foi proposto a trinta e seis estudantes, organizados em grupos de dois e três membros, o estudo do fluxo de corrente elétrica em um circuito elaborado por eles, do qual emergiu um sistema linear estudado e interpretado pelos estudantes em meio à situação didática proposta. A pesquisa qualitativa revelou que todos os sujeitos produziram significados escolares avançados para o que seja um sistema linear e seus usos, revelando-se, assim, uma situação didática viável para os objetivos educacionais perseguidos.

Palavras-chave: sistemas lineares, situação didática, corrente elétrica

Abstract: The content of linear systems integrates the resolution of many problems, notably in Engineering. Despite its learning starts in previous school years, engineering students have shown deficits meanings necessary for application and later, decision-making to use this mathematical tool in academic-scientific-professional contexts. After the diagnosis of learning linear systems, limited to mechanized calculations off of interpretations that should be associated with the numerical results for these students, we investigated the favor of a didactic situation to deepen this knowledge and to bring to the foreground, the meanings useful for use with greater autonomy in the light of theoretical assumptions of Brousseau. To this end, it was proposed to thirty-six students, organized in groups of two and three members, the study of the flow of electric current in a circuit prepared for them, from which emerged a linear system studied and interpreted by the students through the teaching situation proposal. Qualitative research revealed that all subjects produced advanced school meant for it to be a linear system and their uses, revealing thus a viable didactic situation for the persecuted educational goals.

Keywords: Linear Systems, Didactic Situation, Electric Current

Sistemas lineares nas Engenharias – o problema

Compreender um objeto matemático implica em dominar seu manuseio técnico, se apropriar de seu conceito e aprimorá-lo para se comunicar nos contextos em que são requeridos para a solução de problemas. A comunicação matemática no meio científico, para além do necessário cumprimento de regras, exige algum assenhoreamento de seus usos para a efetiva aplicação. Não é possível se comunicar sobre o que se está desligado de sentido. Essa é uma visão mais utilitária da Matemática, é verdade, mas essa perspectiva pode trazer motivação e sentido para os objetos matemáticos reclamados por estudantes e professores de todos os níveis educacionais, além de avanços em disciplinas técnicas, como as específicas das Engenharias.

Corroborando com essa ideia, dois engenheiros, que atuam em cursos de Engenharia como professores na Universidade de São Paulo, Orfali e Hetem, declararam que (Viana, 2015, p.14-23): 1) a Matemática é ensinada de maneira desligada das aplicações nas Engenharias e que os alunos só



compreendem as aplicações nos últimos anos do ensino superior; 2) não é possível pensar em um curso de Engenharia com valorização na capacidade de se comunicar, do trabalho em equipe e de compreensão de contextos sociais e políticos que envolvem decisões de cunho técnico, com a Matemática encerrada em si mesma, ou seja, priorizando algoritmos afastados de seus usos; 3) É preciso encarar a Matemática como uma linguagem; 4) Dificilmente professores de Matemática atuam como pedagogos.

Essas declarações vêm ao encontro da presente proposta didática, que se preocupou em verificar o potencial de aprendizagem de sistemas lineares no formato de uma situação didática inerente às engenharias, que carecesse do uso desse conteúdo matemático e que, intrinsecamente, fomentasse a produção de significados requeridos pelos professores da área técnica dessa graduação. Eis o problema de pesquisa. A opção pelo conteúdo de sistemas lineares se justifica pelos resultados de investigações científicas que apontam conceitos mecanizados por esses estudantes, muitas vezes equivocados, e, quando corretos, limitados a aspectos particulares da álgebra ou da geometria, assim revelados, por exemplo, em Souza (2013) e Souza e Simmer (2013), o que dificulta, ou mesmo impede, o reconhecimento de sua utilidade para a resolução de um problema nas engenharias.

Apoio teórico

O ensino da Matemática e suas implicações interferem direta e indiretamente sobre a formação cidadã e profissional de estudantes, principalmente pela distância, ou até pelo desligamento, dos conteúdos encerrados no meio educacional e pouco empregados em outros segmentos da vida. Uma alternativa de aproximação pode ser o planejamento e execução de uma situação de aprendizagem que promova a (re)construção, às vezes a aquisição, de conceitos matemáticos. Isso porque a configuração de uma situação de ensino apoiada em uma problematização pode mobilizar estratégias e conhecimentos ancorados na estrutura cognitiva dos sujeitos, a favor de uma (re)organização que lhes dê sentido além do mecanizado.

Essa é a proposta da teoria de Brousseau (1996; 1997; 1998), inserida na área da Didática da Matemática francesa, que apoiará a intervenção aqui proposta. A Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau foi eleita não aleatoriamente, mas, sobretudo, por tutelar o uso de situações-problema como meio de aprendizagem que provoque a busca de soluções e à tomada de decisão pelos estudantes, circunstâncias comuns no cotidiano profissional de engenheiros.

A TSD é um instrumento científico que apresenta um modelo de interação com o meio específico que determina certo conhecimento. Essa teoria está inserida na grande área Didática da Matemática que, segundo Douady (1985), estuda o processo de aprendizagem e aquisição de conteúdos escolares em qualquer nível de ensino, apoiado em uma técnica adotada pelo docente visando ao alcance dos objetivos educacionais para algum tema específico de uma ou mais disciplinas escolares.

Brousseau (1996; 1998) destaca que a Didática da Matemática se preocupa com as tarefas didáticas que promovam saberes matemáticos, e, com isso em mente, fez surgir a TSD, principal apoio teórico deste trabalho. Nessa direção, Brousseau buscou inspiração na psicogenética de Piaget para explicar o processo da aprendizagem humana no contexto das situações didáticas, especificamente nos conceitos de adaptação, assimilação e equilíbrio, presentes nas etapas de “[...] selecionar, antecipar, executar e controlar as estratégias que aplica à resolução do problema formulado pela sequência didática” (Gálvez, 1996, p.32)

Para Piaget (1976; 1990; 1998), o professor assume papel de interventor ao estimular a participação ativa do aprendente, afastando-se, assim, de uma atuação que valorize o simples acúmulo de conteúdos, mas, ao contrário, por uma organização e reorganização cognitivas. Além desses aspectos, Brousseau entende a TSD como estratégia que desenvolva no estudante a investigação individual e em grupo, sempre mantendo compatibilidade com o nível de desenvolvimento dos sujeitos nas atividades e experiências.

Destarte, uma proposta didática que se apoie em princípios construtivistas piagetianos, requer de seus professores a criação de situações nas quais os aprendizes tenham interesse e possam operar ativamente os conceitos, mediante a provocação dialética entre desequilíbrios e novos equilíbrios na busca da compreensão matemática. Nas palavras de Piaget (1998, p.17) “compreender é inventar, ou reconstruir através da reinvenção”.

A Didática da Matemática estuda técnicas que orientem ação docente sobre a aprendizagem e investiga as condições nas quais são constituídos os conhecimentos. Esses são alguns dos pilares com que Brousseau (1996; 1997; 1998) se apoiou para a elaboração da TSD, além de contar com aspectos da teoria construtivista piagetiana. Nos ensinamentos de Brousseau (1996, p.50), uma situação didática é “o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, certo *milieu* [...] e um sistema educativo (o professor) para que seus alunos adquiram um saber constituído ou em vias de constituição”. A situação didática, no caso deste trabalho, estabeleceu o *milieu* (recurso) de uma situação-problema inerente ao contexto da engenharia elétrica que permita ao aluno avançar em seus conhecimentos sobre sistemas lineares não só no meio escolar, mas, para além, em situações adidáticas, entendidas como as que ocorram fora do plano escolar e em condições não intencionais (Brousseau, 1996, p.49-50), como os contextos profissionais das Engenharias, por exemplo.

O planejamento e a execução de uma situação de aprendizagem traduzida em uma situação-problema, como provocadora para a (re)construção ou mesmo a aquisição de conceitos matemáticos pode mobilizar estratégias e conhecimentos já apreendidos, a favor de uma (re)organização cognitiva que lhes promova ampliação de sentido que vá além do formal e mecanizado.

A investigação de Souza e Simmer (2013) revelou os sentidos dados por 200 estudantes de Engenharia para o que sejam equações lineares e sistemas lineares. Esses estudantes apresentaram significados parciais baseados unicamente na expressão analítica ou de modo incompreensível. Quanto às compreensões do que sejam sistemas lineares, apenas 24% responderam corretamente, mas, ainda assim, de modo incompleto. Conclui-se que, apesar da compreensão limitada sobre sistemas lineares, esses estudantes conseguem perceber que um sistema linear é formado por duas ou mais equações lineares. Resta saber se eles inferem daí que um sistema são deduções na forma de equações emersas de um mesmo fenômeno ou situação. A pesquisa de Souza e Simmer (2013) dá indícios de reduzido conhecimento desses estudantes sobre sistemas lineares, uma vez que muitos souberam calculá-los, mas poucos interpretaram seus resultados, o que, possivelmente, não os levaria a aplicar esse instrumento matemático em circunstâncias úteis.

Os sentidos que a escola objetiva é que os alunos sejam capazes de formular equações a partir de determinado contexto que possa ser assim traduzido, para além de cálculos matemáticos, tais como, aliás, os sugeridos por Poole (2004), Anton (2001), Carlen & Carvalho (2009) e tantos outros autores da área de Álgebra Linear. Eis o desafio da situação didática aqui proposta e que ora submetemos à verificação de seu potencial didático.

Procedimentos metodológicos

A investigação é considerada qualitativa por gerar dados descritivos emersos do contato direto e prolongado da pesquisadora (primeira autora) no dia a dia escolar e na situação sob investigação (Lüdke e André, 1986, p.11-13).

Participaram da investigação trinta e seis estudantes da Engenharia Elétrica de uma instituição federal brasileira de ensino. Inicialmente, esses estudantes declararam ter estudado sistemas lineares em níveis escolares anteriores. Em seguida, foram submetidos a um teste diagnóstico que confirmou a superficialidade de seus conhecimentos sobre o que seja um sistema linear – e até o que seja uma equação linear - e seus usos, limitando-se a cálculos, muitas vezes desligados de interpretação dos resultados numéricos, em conformidade com os resultados investigativos de Souza e Simmer (2013).

De acordo com os pressupostos de Brousseau, constatou-se, assim, haver algum conhecimento prévio sobre o tema pelos estudantes. O próximo passo foi o de planejar e aplicar uma situação didática que funcionasse como instrumento para a produção dos significados acerca do conceito de

sistemas lineares e suas aplicações. Os autores desta investigação elegeram o estudo do fluxo de corrente em um circuito elétrico por ser tema dominado por esses estudantes. No entanto, para essa aplicação, previamente, os alunos deveriam conhecer a lei da conservação do fluxo e construir um circuito elétrico em grupos de dois e três estudantes.

O planejamento e a aplicação da situação didática contou com as seguintes atividades/etapas, nem sempre nessa ordem: 1- estudo da lei da conservação do fluxo; 2- construção de um circuito elétrico; 3- apresentação da situação-problema: modelagem e interpretação matemática do fluxo de corrente em um circuito elétrico; 4- apresentação pelos estudantes de seus avanços e constrangimentos acerca das etapas anteriores ao longo de seis aulas consecutivas de cem minutos de Álgebra Linear (duas aulas por semana) conduzidas pela primeira autora (que foi a professora e pesquisadora que aplicou a situação didática e manteve contato direto com os participantes da investigação); 5- busca constante de informações necessárias para o cumprimento das etapas 1, 2 e 3; 6- elaboração de conclusões e generalizações sobre a modelagem matemática de quaisquer fluxos em circuitos elétricos; 7- formulação de hipóteses para este e outros problemas que envolvam sistemas lineares dentro e fora das Engenharias; 8- avaliação das atividades pelos estudantes.

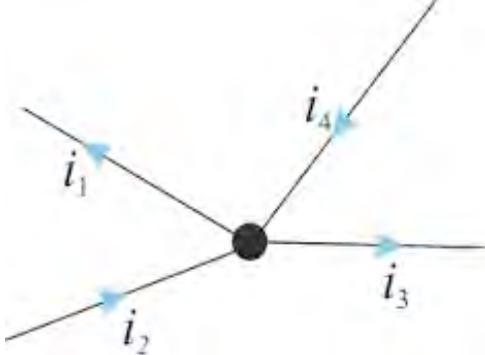
Toda a investigação ocorreu ao longo de seis aulas na disciplina de Álgebra Linear do curso de Engenharia, com cem minutos cada. Após o diagnóstico, houve a propositura da situação didática aos estudantes que logo se organizaram em grupos. O tempo das aulas foi reservado para verificação dos progressos de cada grupo individualmente, gerando anotações pela pesquisadora. Nesses momentos, os alunos apresentavam sua produção acerca da lei da conservação do fluxo, do circuito elétrico e de como pretendiam modelar a situação. Os futuros engenheiros deveriam extrair de seus circuitos as equações lineares envolvidas em cada nó. Essa situação favoreceria que concluíssem que as equações expressavam parte do mesmo contexto e, portanto, para a modelagem, deveriam formar um sistema linear. Para isso, questionamentos eram efetuados pela investigadora, tais como: o que diz a lei da conservação do fluxo? Como construíram o circuito? Quais componentes têm o seu circuito? Que importância tem cada componente para o fluxo de corrente? Quantos nós possui o seu circuito? Como pretendem modelar o fluxo de corrente? Que importância pode haver a modelagem matemática de um circuito para um engenheiro eletricitista?

Destaca-se que em nenhum momento da aplicação da situação didática foi sugerido aos alunos o uso de equações lineares para resolverem o problema. Ao contrário, a ferramenta matemática foi requerida por terem sentido necessidade de estabelecer incógnitas em certos pontos do circuito e por estabelecerem associação com o que reza a lei da conservação do fluxo (tudo que entra – um dos lados da equação – é igual a tudo o que sai – o outro lado da equação). Ao final dos encontros, todos os grupos apresentaram suas produções oralmente à turma, sendo questionados pela investigadora, agora sim, a respeito do que sejam sistemas lineares, seus usos e sua importância para a resolução de problemas e tomada de decisão. Todos os grupos entregaram relatórios escritos descrevendo os passos da situação e apresentando os apoios teóricos utilizados na experiência.

Aspectos teóricos sobre a lei da conservação do fluxo e de circuitos elétricos

O fluxo é o envio de entidades de um nó (origem) até outro nó (destino), percorrendo alguns dos arcos da rede (de transportes, de comunicação, econômicas, elétricas etc) em que aqueles nós fazem parte. Uma rede consiste em um número finito de nós (também chamados junções ou vértices) conectados por uma série de segmentos dirigidos, conhecidos como ramos ou arcos. Cada ramo é rotulado com um fluxo que representa a quantidade de alguma entidade que pode fluir ao longo daquele ramo na direção indicada. A regra fundamental que governa o fluxo através da rede é a conservação de fluxo: em cada nó, o fluxo de entrada é igual ao fluxo de saída. (Poole, 2004, p.110) Em circuitos elétricos, o fluxo de corrente pode ser determinado aplicando-se as Leis de Kirchhoff. A Lei de Kirchhoff das Correntes diz que: em um nó, a soma algébrica das correntes elétricas que entram é igual à soma algébrica das correntes elétricas que saem (Figura 1).

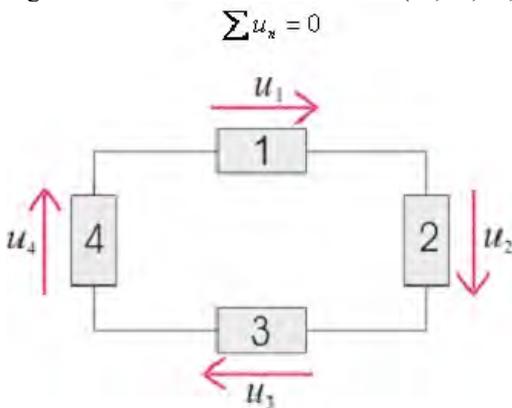
Figura 1: Conservação de fluxo de correntes (i_1 , i_2 , i_3 , i_4 são correntes elétricas no mesmo nó)



Fonte: <http://nerdeletrico.blogspot.com.br/2011/04/kirchhoff-e-suas-leis.html>, 2014.

A Lei de Kirchhoff das Tensões diz que: a soma algébrica das tensões elétricas em um percurso fechado é nula (Figura 2).

Figura 2: Lei de Kirchhoff das Tensões (u_1 , u_2 , u_3 , u_4 são tensões elétricas sobre os componentes 1, 2, 3, 4)



Fonte: <http://nerdeletrico.blogspot.com.br/2011/04/kirchhoff-e-suas-leis.html>, 2014.

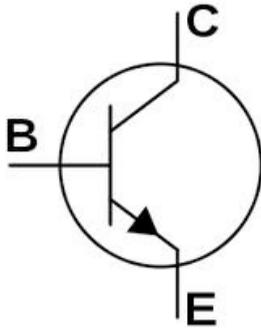
No caso deste trabalho, o fluxo de corrente elétrica no circuito proposto pelo grupo de estudantes foi determinado com a lei das tensões, que gera equacionamentos lineares das correntes. Esse conjunto de equações gera um sistema linear, que, por sua vez, é transposto na forma de uma matriz, para ser escalonada e gerar um resultado a ser interpretado matematicamente.

Análise e discussão

Pela praticidade, apresentar-se-ão os resultados de um dos grupos e, sempre que pertinente, far-se-ão referências aos resultados dos trinta e seis estudantes participantes, uma vez que suas produções de conhecimento foram próximas, apesar de se diferenciarem em ritmo e, muitas vezes, por caminhos diversos.

O grupo sobre o qual se discutir-se-ão os resultados iniciou explicando corretamente a lei da conservação do fluxo, e, em seguida, explicou a construção de seu circuito dizendo que o transistor (Figura 3) é um componente eletrônico composto por um emissor, uma base e um coletor e que pode assumir diversas configurações, dependendo do seu uso. Esses estudantes optaram pela configuração de NPN, que é um tipo de transistor no qual a corrente do emissor é o somatório da corrente de base com a corrente do coletor.

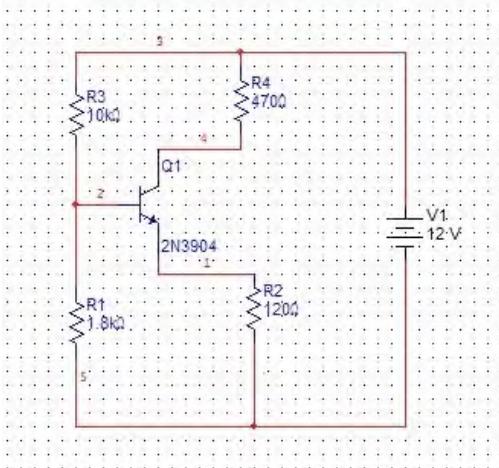
Figura 3: Esquema elétrico de um transistor NPN (E= Emissor, B= Base, C=Coletor) apresentado pelo grupo de estudantes em seu relatório



Fonte: http://es.wikipedia.org/wiki/Transistor_de_uni%C3%B3n_bipolar, 2014.

Seguiram explicando que os transistores têm uma queda de tensão nas suas junções V_{be} (queda de tensão da base para o emissor) e V_{ce} (queda de tensão do coletor para o emissor) em decorrência dos materiais utilizados em suas fabricações. O valor dessa queda de tensão depende do transistor utilizado, pelo fato de que nem todos são feitos do mesmo material. Afirmaram que o circuito por eles construído é composto de quatro resistores, um transistor do tipo NPN (2N3904 - nomenclatura comercial) e uma bateria 12 volts e está disposto conforme figura 4.

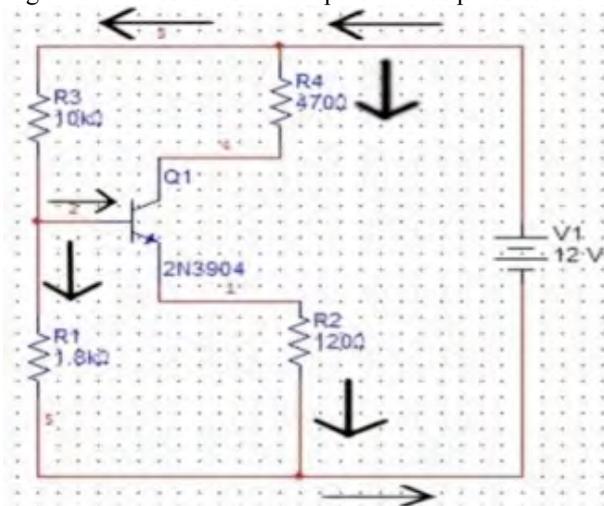
Figura 4: Circuito apresentado pelo grupo de estudantes



Fonte: Relatório do grupo de estudantes de Engenharia, 2014.

Esse primeiro encontro com a pesquisadora deixou indícios de que os grupos estavam integrados entre si e engajados na proposta didática, um dos propósitos da TSD para a facilitação da ocorrência de conhecimento. Houve busca por conhecimentos que convergiram para a modelagem da proposta. Em aulas posteriores, quando questionados a respeito da modelagem do fluxo de corrente, explicaram, com base na figura 5, os nós do circuito e o sentido do fluxo sinalizado pelas setas. Apesar de demonstrarem certa insegurança sobre o que realizaram até o momento, a discussão gerada pelos estudantes (e registrada pela professora) pareceu indicar a busca pela compreensão, o que está de acordo com o que pregou Piaget sobre a reconstrução dos conhecimentos pela reinvenção. Nesses momentos, a intervenção cuidadosa pela pesquisadora foi um diferencial ao provocar reflexões importantes mediante questionamentos que estimulassem a busca por soluções para os pontos de insegurança. Essa postura do professor também está respaldada na TSD ao valorizar o controle das estratégias para a solução de problemas.

Figura 5: Fluxos de corrente apresentados pelos estudantes do grupo



Fonte: Relatório do grupo de estudantes de Engenharia, 2014.

Em reunião posterior, apresentaram a enumeração dos ramos para facilitar o entendimento. Declararam que o transistor está disposto com o ramo 1 ligado ao emissor, o ramo 2 ligado à base e o ramo 4 ligado ao coletor. O resistor R1 assume uma função de segurança no circuito, pelo fato de estabilizar o circuito. Acrescentaram que os resistores estão todos nos seus valores comerciais para facilitar a execução da simulação.

Seguiram informando que esse transistor escolhido tem uma queda V_{be} igual a 0,6 volts e V_{ce} igual a 6 volts, conforme descrito no manual que pesquisaram. O equacionamento do fluxo foi elaborado seguindo a Lei de Kirchhoff das Tensões, que equaciona o caminho percorrido pela corrente elétrica em um circuito fechado.

Acrescentando que no ramo 2 há uma corrente de base, porém pelas características dos transistores essa corrente se torna desprezível, já que seu valor é insignificante para os cálculos em todas as faixas de corrente.

O grupo declarou dificuldades para a extração das equações do circuito, apesar de entenderem ser esse um caminho para a modelagem do fluxo. Consultaram livros de Álgebra Linear e apoiados na Lei de Kirchhoff das Tensões, analisaram cada percurso fechado do circuito eletrônico e extraíram as seguintes equações:

$$10000A + 1800D = 12$$

$$10000A + 120C = 57/5$$

$$470B + 120C = 6$$

$$1800D - 120C = 6/10$$

Sendo:

A representa corrente no ramo 3

B representa corrente no ramo 4

C representa corrente no ramo 1

D representa corrente no ramo 5

Em seguida transformaram o sistema formado pelas quatro equações em matriz aumentada,

$$\begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 1800 & 12 \\ 1000 & 0 & 120 & 0 & 57 \\ 0 & 470 & 120 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -120 & 1800 & 6 \\ & & & & 6 \\ & & & & 10 \end{bmatrix}$$

e escalonaram, gerando o resultado abaixo que interpretaram como tendo infinitas soluções. Por esse motivo, corretamente parametrizaram em “t” as equações, definindo os limites desse parâmetro:

$$B = -27/2350 + 1000t/47$$

$$D = -50t/9 + 1/150$$

$$C = 19/200 - 250t/3$$

$$A = t, \text{ com } 0 < t < 1,02 \cdot 10^{-3} \text{ (ampéres)}$$

As declarações desses alunos em reunião com a professora forneceram vestígios de que a situação didática proposta havia promovido ampliação do conceito de sistemas lineares, para além do cálculo desligado de sentido, independentemente da correção na parte elétrica. O fato de os estudantes terem visualizado o fluxo de corrente por meio de equações e, essas equações formarem uma matemática que fosse capaz de modelar o circuito, já prenunciaria o seu valor didático.

Em seguida, o grupo declarou ter os valores das correntes do circuito associados a um parâmetro do sistema de equações, sendo possível prevê-lo. Nesse momento, o grupo de estudantes usou os conhecimentos prévios sobre sistemas lineares, baseados unicamente em cálculos, e os aplicaram para a modelagem. Novamente, houve necessidade de intervenção pela professora, por meio de questionamentos, pois não haviam definido os limites quantitativos do parâmetro estabelecido, pois estavam acostumados a dizerem que “t” pertencia ao conjunto dos números reais indistintamente, o que não caberia para a situação do circuito.

Quando questionados sobre a utilidade do sistema linear para as previsões ditas por eles, relataram que a análise desse fluxo poderá auxiliar o usuário de determinado componente ou de algum circuito eletrônico, podendo assegurar-lhe detalhes na hora da utilização como amperagem e tensão, auxiliando em certas previsões com o componente, o que foi possível com o resultado matemático que o sistema linear forneceu.

Essa declaração reforçou os indícios de validade e utilidade da situação didática proposta, uma vez que os alunos demonstraram associar os benefícios do uso da ferramenta matemática (sistemas lineares) para interpretar e tomar decisões sobre temas da área de Engenharia Elétrica. O *milieu* eleito pelos autores deste trabalho cumpriu com dois pontos-chave da TSD: 1) contribuição com a autonomia do aluno e, 2) se mostrou equilibrado no nível de desafio – não pode ser difícil a ponto de não conseguir avançar e não pode ser fácil a ponto de causar desinteresse.

Após a apresentação das produções de todos os grupos para a turma, os estudantes foram convidados a extrapolar os limites de suas experiências com a situação didática e apontarem outros contextos em que poder-se-iam necessitar de sistemas lineares. O grupo que aqui se discutiu suas produções de conhecimento, apesar de não ter saído do tema da situação didática proposta, demonstrou segurança e aprofundamento no assunto ao argumentarem aspectos alternativos para o trabalho que desenvolveram, de início oralmente para toda a turma e, posteriormente, no relatório escrito. Pela praticidade, faz-se constar aqui trechos extraídos do relatório escrito deste grupo de estudantes.

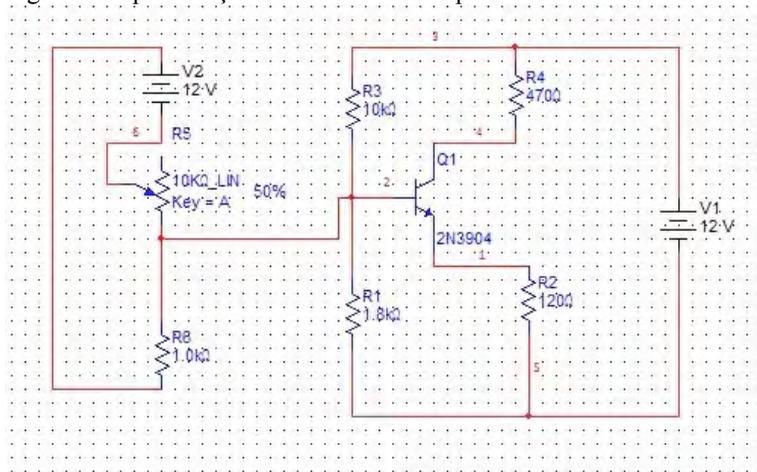
O circuito mostrado é útil para exemplos práticos na criação de sistemas amplificadores simples. Como exemplo, podemos considerar o sistema mostrado [o sistema gerado pelas equações lineares], que terá a amplificação máxima da corrente no resistor R4. Trocando o resistor R4 por um dispositivo sonoro e variando a tensão no ramo 2, podemos criar um regulador de nível sonoro acoplado um circuito auxiliar no ramo 2 [...].

É possível inferir dos protocolos verbais desses estudantes a ampliação do conceito de sistemas lineares e o aprofundamento na compreensão da comunicação matemática, sem os quais não conseguiriam analisar o problema com a magnitude demonstrada. Visualizaram uma aplicação prática que justificasse o uso da experiência de modelagem do fluxo de corrente a um contexto da Engenharia – amplificadores.

A continuidade da descrição constante do relatório do mesmo grupo corrobora as deduções realizadas pelos pesquisadores.

Vemos na figura 6 um circuito regulador do nível sonoro, com um potenciômetro R5, que é um resistor com uma resistência variável manualmente. Esse circuito auxiliar gera uma variação de tensão no ramo 2 variando também a corrente amplificada no ramo 4 e prevista conforme o equacionamento do fluxo. Assim, temos uma previsão dos valores das correntes do circuito, apenas obtendo a tensão aplicada ao ramo 2 do mesmo. Essa amplificação partindo da variação da tensão no ramo 2 é obtida calculando a diferença de potencial do ramo 3 para o ramo 2 e substituindo na fórmula $V = R \cdot I$ ou Diferença de Potencial[V] = Resistência[Ω]*Corrente[A] (V=Volts, Ω= Ohm, A= Ampéres). Que nos dá a corrente que atravessa o ramo 3, logo podemos aplicar na parametrização e achar o valor da amplificação.

Figura 6: Representação do circuito elétrico para controle de volume relatados pelos estudantes do grupo



Fonte: Relatório do grupo de estudantes de Engenharia, 2014.

Destaca-se do trecho acima descrito pelos estudantes, a parte que diz “...podemos aplicar na parametrização...”, que indica conexão do que interpretaram da estrutura matemática que criaram (comunicação matemática) com a tomada de decisão a partir das variações no parâmetro “t” constante no sistema linear. Sem a apropriação dos sentidos do objeto matemático seria difícil (impossível, talvez) tomarem a decisão sobre o controle do volume com base em algo que estivesse desligado de sentido. Ao final do relatório, o grupo concluiu que:

com a análise de todos os dados obtidos, conclui-se que a corrente no sistema de amplificação realizado obedece à alteração de corrente, que é tida como elemento de parametrização, gerada pelo sistema linear. Sendo assim, percebe-se que a variação da tensão em um ponto pré-estabelecido determina a amplificação do sistema.

Mais uma vez, esses estudantes demonstraram domínio, interpretação e produção de significados sobre o sistema linear que modela o fluxo do circuito da figura 6, ao afirmarem: “...que é tida como elemento de parametrização, gerada pelo sistema linear...”, ou seja, a variação dos valores numéricos no parâmetro “t”, geraria a variação de corrente.

Por fim, esclarece-se que a produção de significados dos outros grupos de estudantes apresentaram produções de conhecimento próximas das que foram aqui apresentadas, variando, principalmente, em velocidade de compreensão, opção diversas por elementos e suas disposições nos circuitos e modos de organização de cada grupo para a execução da situação proposta.

Algumas conclusões

A investigação se propôs a verificar o potencial de aprendizagem de uma situação didática proposta a estudantes de Engenharia no curso de uma disciplina de Álgebra Linear ministrada pela primeira autora e planejada por todos os autores, à luz da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

Essa teoria se intitula como um instrumento científico voltado para a interação com determinado meio (*milieu*) que determine certo conhecimento (sistemas lineares) contextualizado. Se preocupa com as tarefas didáticas que promovam saberes matemáticos, a partir de intervenções docentes (sistema educativo) que estimulem a participação ativa dos aprendentes favorecendo (re)organização cognitivas.

A proposta didática se baseou na modelagem do fluxo de corrente elétrica em um circuito construído pelos próprios estudantes. É possível afirmar que essa situação didática fomentou progressos sobre o conceito de sistemas lineares e seus usos e aplicações em contextos da Engenharia Elétrica pelos protocolos orais e escritos de todos os trinta e seis estudantes ao longo de seis encontros de cem minutos, o que leva a crer no seu alto potencial didático voltado para os fins educacionais mencionados.

REFERÊNCIAS

- Anton, H. A., e Rorres, C. (2001). *Álgebra linear com aplicações*. Porto Alegre: Bookman.
- Brousseau, G. (1996). Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. *Didática das Matemáticas* (Trad. de Maria José Figueiredo) (pp. 35-113). Lisboa: Instituto Piaget.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques, 1970-1990*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- (1998). *Théories des situation didactiques*. Grenoble: La pensée Sauvage.
- Carlen, E. A. e Carvalho, M. C. (2009). *Álgebra linear: desde o início* (Trad. José Rodolfo Souza). Rio de Janeiro: LTC.
- Douady, R. (1985). Didactique des Mathématiques. *Encyclopedia Universalis*, pp.885-889.
- Gálvez, G. A. (1996). A Didática da Matemática. In: C. Parra e I. Saiz, *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas* (pp. 26-35). Porto Alegre: Artmed.
- Lüdke, M. e André, M. E. D. (1986). *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Piaget, J. (1976). *A equilibração das estruturas cognitivas: o problema central do desenvolvimento* (Trad. de Marion Merlone dos Santos Penna). Rio de Janeiro: Zahar.
- (1990). *Epistemologia genética*. São Paulo: Martins Fontes.
- (1998). *Para onde vai a educação?* (Trad. de Ivette Braga). Rio de Janeiro: José Olympio.
- Poole, D. (2004). *Linear Algebra: a modern introduction*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning.
- Souza, M. A. V. F. de. (2013). Sistemas lineares na Engenharia: conceito, significados e situação didática. *Enseñanza de las Ciencias*, v.extra, pp.3656-3661.
- Souza, M. A. V. F. de e Simmer, L. M. (2013). Sistemas lineares: do ensino médio às engenharias. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Buenos Aires, Argentina, 27, julho.
- Viana, A. (2015). Os mesmos problemas do ensino médio, tudo de novo... *Cálculo: Matemática para todos*, 5(50), pp. 14-23.

SOBRE OS AUTORES

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza: Pós-doutora em Resolução de Problemas de Matemática (Universidade de Lisboa-Portugal); Doutora em Psicologia da Educação Matemática (UNICAMP-SP- Brasil); Mestre em Educação Matemática (UFES-Brasil); Graduada em Matemática (UFES-Brasil). Desenvolve investigações científicas em Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Educação Estatística e Psicologia cognitiva. Professora da Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática do IFES. Coordenadora Geral de Pesquisa e Extensão do CEFOR-Reitoria do IFES. Líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística.

Sotério Ferreira de Souza: Engenheiro Eletricista com ênfase em Telecomunicações pela Universidade Federal Fluminense; Mestre em Informática pela Universidade Federal do Espírito Santo; Analista de Sistemas Pleno da Petrobras. Membro do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística no Instituto Federal do Espírito Santo. Desenvolve investigações em Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Arquitetura de Computadores, Conectividade. Pesquisador em Informática, Pósgraduação em Informática, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo, Brazil.

Luciano Lessa Lorenzoni: Graduação em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo, Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo e Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo. Professor do Instituto Federal do Espírito Santo. Tem experiência na área de Matemática Aplicada com ênfase em Pesquisa Operacional e atua em projetos de Educação a Distância e Educação Matemática, principalmente em Modelagem

Matemática e Resolução de Problemas. Líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística.

Oscar Luiz Teixeira de Rezende: Doutor em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa, Mestre em Informática pela Universidade Federal do Espírito Santo, Bacharel e Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Professor do Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática Discreta, Programação Linear, Lógica Fuzzy e Estatística, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem matemática, Otimização, Educação Estatística e Educação Matemática. É líder do Grupo de Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística pelo Ifes.